الأطر المرجعية المكيفة الخاصة باختبارات الامتحان الوطني الموحد لنيل شهادة التقني العالي (BTS)- دورة 2020

الإطار المرجعي للاختبار الخاص بمكون الرياضيات - تخصصات: الأنظمة الكهروبية - تقنيات الكهرباء

Composante: *Les mathématiques*

Filières: *Systèmes électroniques - Electrotechnique*

I. Finalités et objectifs

Cette épreuve a pour objectifs :

- Vérifier et juger les aptitudes et les capacités de raisonnement de l'étudiant sans oublier aussi l'analyse des problèmes à partir de ses acquis,
- Juger des outils employés (investis) pour communiquer ses connaissances (à autrui) : qualités de raisonnement et d'analyse, l'exécution des tâches demandées (moyens utilisés).
- Evaluer chez l'étudiant (candidat) :
  - ✓ Degré de possession (de maîtrise, d'appropriation) des connaissances mathématiques,
  - ✓ Niveau d'application (utilisation des sources d'informations en fonction de la situation),
  - ✓ Choix d'une stratégie appropriée à chaque situation,
  - ✓ Application de cette stratégie par :
    - Le recours aux connaissances appropriées à cette problématique (à ce problème) posée,
    - La justification de ce choix par le biais des arguments logiques, pertinents et solides.
- La vérification et la démonstration de la pertinence d'un tel résultat,
- Etre capable de transmettre par écrit ou oralement le savoir acquis pendant l'année académique.

II. Mode d'évaluation

Le règlement de l'examen défini par les notes ministérielles émises par le ministère de l'éducation nationale et de la formation professionnelle tiendra compte des techniques d'évaluation : nature, durée et coefficients...

Ainsi, l'épreuve de mathématiques vise à :

Maîtriser des connaissances, trouver une stratégie convenable pour résoudre des problèmes, investir le savoir-faire pour une fin déterminée, trouver des arguments pertinents et examiner la pertinence des résultats.

III. Domaines de capacités et de compétences

Domaine principal I : Analyse

Domaine subdivisionnel 1 : Fonctions numériques d'une variable réelle.

I-1-1-Calcul des limites d'une fonction numérique à une variable réelle;
I-1-2-Etude de la continuité d'une fonction numérique à une variable réelle;
I-1-3-Etude de la dérivabilité d'une fonction numérique à une variable réelle et applications;
I-1-4-Calcul des dérivées successives d'une fonction numérique à une variable réelle et applications;
I-1-5-Comparaison des fonctions numériques (négligence et équivalence);
I-1-6-Comparaison des fonctions exponentielles, puissances et logarithmes au voisinage de $+\infty$;
I-1-7- Applications des théorèmes généraux : Théorème des valeurs intermédiaires, théorème de Rolle, théorème des accroissements finis, inégalité des accroissements finis et règle de l'Hôpital;
I-1-8-Etude des fonctions usuelles : Puissances, Logarithmes, Exponentielles, Fonctions Trigonométriques et leurs réciproques, Fonctions Hyperboliques et leurs réciproques.

Domaine subdivisionnel 2 : Développements limités :

I-2-1-Application de la formule de Mac-Laurin pour l'obtention du développement limité de fonctions usuelles ;
I-2-2-Connaissance du développement limité des fonctions paires et impaires. ;
I-2-3-Détermination du développement limité d'une fonction en utilisant : les développements limités usuels, les opérations sur les développements limités (somme, produit, quotient et composée), dérivation d'un développement limité , intégration d'un développement limité ;
I-2-4-Application du développement limité à la recherche de limites, recherche d'équivalents, détermination de l'équation de la tangente en un point de la courbe d'une fonction et sa position, détermination de l'équation de l'asymptote à la courbe d'une fonction et sa position relative et à l'étude d'une série numérique.

Domaine subdivisionnel 3 : Intégrale simple.

I-3-1-Calcul de l'intégrale d'une fonction continue sur un segment en utilisant les primitives usuelles ;
I-3-2-Connaissance des propriétés de l'intégrale : linéarité, Chasles, positivité ...
I-3-3-Calcul de l'intégrale d'une fonction en utilisant une intégration par parties ;
I-3-4-Calcul de l'intégrale d'une fonction par changement de variable ;
I-3-5-Calcul de l'intégrale d'une fonction rationnelle ;
I-3-6-Calcul de l'aire d'un domaine plan délimité par deux courbes ;
I-3-7-Etude de suites définies par une intégrale.

Domaine subdivisionnel 4 : Equations différentielles.

Equations différentielles linéaires du premier ordre $(E_1): a(t)y'(t)+b(t)y(t)=c(t)$ **où** a , b et c **sont des fonctions continues sur un intervalle de** $\mathbb{R}$ **:**
I-4-1- Résolution de l'équation différentielle homogène : $a(t)y'(t)+b(t)y(t)=0$;
I-4-2- Recherche d'une solution particulière de (E_1) par la méthode de la variation de la constante ou en poursuivant les indications permettant de l'obtenir ;
I-4-3- Détermination de la solution vérifiant une condition initiale donnée ;

Equations différentielles linéaires du second ordre $(E_2): a\,y''(t)+b\,y'(t)+c\,y(t)=f(t)$ **où** $(a\,,b\,,c)\in □^{*}\times □\times □$ **et** f **une fonction continue sur un intervalle de** □ **:**

I-4-4- Résolution de l'équation différentielle linéaire homogène : $a\,y''(t)+b\,y'(t)+c\,y(t)=0$;

I-4-5- Recherche d'une solution particulière de (E_2) en poursuivant les indications permettant de l'obtenir ou en vérifiant qu'une fonction proposée soit solution particulière ;

I-4-6- Détermination de la solution vérifiant des conditions initiales données ;

I-4-7- Résolution de problèmes faisant intervenir des équations différentielles linéaires du premier ordre ou du second ordre à coefficients constants.

Domaine subdivisionnel 5 : Intégrales généralisées.

I-5-1-Calcul d'une intégrale généralisée en utilisant la définition ;

I-5-2- Connaissance de la nature des intégrales de Riemann : $\int_1^{+\infty}\frac{1}{x^\alpha}dx$ et $\int_0^{1}\frac{1}{x^\alpha}dx$ où $\alpha\in □$;

I-5-3- Détermination de la nature d'une intégrale généralisée d'une fonction continue et positive en appliquant les critères de convergence : comparaison, négligence, équivalence et règle de Riemann ;

I-5-4- Etude de la convergence absolue d'une intégrale généralisée.

Domaine subdivisionnel 6 : Fonctions numériques de deux variables réelles.

I-6-1- Détermination du domaine de définition d'une fonction numérique de deux variables réelles ;

I-6-2- Détermination des limites d'une fonction numérique de deux variables réelles ;

I-6-3- Connaissance de la définition et des propriétés de la continuité d'une fonction numérique de deux variables réelles ;

I-6-4-Calcul des dérivées partielles premières d'une fonction numérique de deux variables réelles ;

I-6-5-Détermination des points critiques d'une fonction numérique de deux variables réelles ;

I-6-6-Calcul des dérivées partielles secondes d'une fonction numérique de deux variables réelles ;

I-6-7-Connaissance du théorème de Schwarz pour une fonction numérique de deux variables réelles et de la notation de Monge ;

I-6-8-Détermination des extremums d'une fonction numérique de deux variables réelles.

Domaine subdivisionnel 7 : Intégrales doubles.

I-7-1-Connaissance des propriétés de l'intégrale double d'une fonction numérique de deux variables réelles ;

I-7-2-Représentation d'un domaine délimité par une courbe fermée ;

I-7-3-Calculen coordonnées cartésiennes de l'intégrale double d'une fonction numérique de deux variables réelles ;

I-7-4-Calcul du Jacobien d'une transformation : $\dfrac{D(x,y)}{D(u,v)}$;

I-7-5-Calcul d'une intégrale double d'une fonction numérique de deux variables réelles par un changement de variable ;

I-7-6-Calculen coordonnées polaires de l'intégrale double d'une fonction numérique de deux variables réelles ;

I-7-7- Applications de l'intégrale double d'une fonction numérique de deux variables réelles.

Domaine subdivisionnel 8 : Séries numériques.

I-8-1- Calcul de la somme d'une série numérique en utilisant la définition ;
I-8-2- Connaissance des opérations algébriques sur les séries numériques convergentes ;
I-8-3- Détermination de la nature d'une série numérique à termes positifs en appliquant les critères de convergence : comparaison, négligence, équivalence, comparaison d'une série et d'une intégrale généralisée d'une fonction positive et décroissante, règle $n^{\alpha}u_n$, règle de D'Alembert et règle de Cauchy ;
I-8-4- Connaissance de la nature de la série de Riemann et de la série géométrique ;
I-8-5- Etude de la convergence absolue d'une série numérique;
I-8-6- Utilisation du critère spécial des séries alternées.

Domaine subdivisionnel 9 : Transformée de Laplace.

I-9-1- Détermination de la transformée de Laplace d'une fonction numérique causale continue par morceaux en utilisant la définition ;

I-9-2-Connaissance des transformées de Laplace des signaux causaux usuels: échelon unité $u(t)$, impulsion de Dirac, exponentielle, cosinus, sinus, signal $t^n.u(t)$ où n est un entier naturel;

I-9-3-Connaissance des propriétés de la transformée de Laplace: linéarité, transformée d'une dérivée, transformée des dérivées successives d'un signal, transformée d'une primitive, théorème du retard, transformée de Laplace de $f(at)$ où $a \in \mathbb{R}^{+*}$ et f est un signal causal admettant une transformée de Laplace, transformée de La place de $e^{-at}.f(t)$ où f est un signal causal admettant une transformée de Laplace, dérivation d'une transformée et transformée inverse ;

I-9-4-Application de la transformée de La place à la résolution des équations différentielles linéaires avec conditions initiales.

Domaine subdivisionnel 10 : Transformée en Z.

I-10-1- Détermination de la transformée en Z d'un signal causal discret à valeurs réelles en utilisant la définition ;
I-10-2-Connaissance des transformées en Z des signaux causaux discrets usuels : échelon unité, impulsion, rampe, carrée, géométrique, cosinus, sinus ;
I-10-3-Connaissance des propriétés de la transformée en Z : linéarité, transformée d'un signal retardé, transformée d'un signal avancé, transformée d'un produit par un signal géométrique causal, transformée de $n.x(n)$ où x est un signal causal discret admettant une transformée en Z
I-10-4-Recherche de l'original d'une fonction ;
I-10-5-Application de la transformée en Z pour la résolution des équations récurrentes.

Domaine subdivisionnel 11 : Séries de Fourier.

I-11-1-Détermination des Coefficients de Fourier d'une fonction périodique et continue par morceaux sur $\mathbb{R}$;

I-11-2-Détermination des Coefficients de Fourier d'une fonction périodique, paire ou impaire, et continue par morceaux sur $\mathbb{R}$;

I-11-3-Connaissance de la série de Fourier d'une fonction périodique et continue par morceaux sur $\mathbb{R}$ sous forme trigonométrique ;
I-11-4-Connaissance du Théorème de Dirichlet et application à la détermination de la somme de certaines séries ;
I-11-5-Connaissance de la Formule de Parseval et application à la détermination de la somme de certaines séries.

Domaine principal II : Algèbre linéaire.

Domaine subdivisionnel 1 : Systèmes linéaires.

II-1-1- Résolution des systèmes linéaires par la méthode du pivot de Gauss.

Domaine subdivisionnel 2 : Calcul matriciel.

II-2-1-Connaissance des opérations algébriques sur les matrices et leurs propriétés : Addition, multiplication par un réel et produit ;
II-2-2-Connaissance de la transposée d'une matrice ;
II-2-3-Détermination de l'inverse d'une matrice carrée inversible d'ordre 2 ou 3 par différentes méthodes (utilisation de la définition, de la méthode du pivot de Gauss et du déterminant) ;
II-2-4-Application du calcul matriciel à la résolution d'un système linéaire de n équations à n inconnues.

Domaine subdivisionnel 3 : Espaces vectoriels.

II-3-1- Connaissance d'un espace vectoriel réel et d'un sous-espace vectoriel ;
II-3-2- Maîtrise des règles de calcul dans un espace vectoriel réel ;
II-3-3- Connaissance du sous-espace vectoriel engendré par une famille, d'une famille génératrice, d'une famille libre et d'une base d'un espace vectoriel réel ;
II-3-4- Connaissance de la dimension d'un espace vectoriel réel.

Domaine subdivisionnel 4 : Applications linéaires.

II-4-1- Connaissance d'une application linéaire et des opérations sur les applications linéaires ;
II-4-2- Détermination du noyau et de l'image d'une application linéaire ;
II-4-3- Détermination de la matrice d'une application linéaire relativement à des bases données ;
II-4-4- Calcul de l'image d'un vecteur par une application linéaire en utilisant les matrices ;
II-4-5- Application de la formule du rang ;
II-4-6- Calcul du polynôme caractéristique d'une matrice carrée ou d'un endomorphisme de $\mathbb{R}^n$;
II-4-7- Détermination des valeurs propres et des vecteurs propres d'une matrice carrée ou d'un endomorphisme de $\mathbb{R}^n$ ($n=2$ ou $n=3$) ;
II-4-8- Connaissance de la définition d'une matrice carrée diagonalisable ou d'un endomorphisme de $\mathbb{R}^n$ diagonalisable ($n=2$ ou $n=3$) ;
II-4-9-Application de la diagonalisation d'une matrice au calcul de la puissance $n^{\text{ième}}$ d'une matrice carrée réelle et à la détermination des termes généraux de suites réelles récurrentes.

Domaine subdivisionnel 5 : Systèmes différentiels linéaires du premier ordre.

II-5-1-Traduction d'un système différentiel linéaire en écriture matricielle : $X'(t)=AX(t)$;
II-5-2-Résolution d'un système différentiel linéaire : $X'(t)=AX(t)$ dans le cas où la matrice carrée A est diagonalisable ;
II-5-3-Détermination de la solution, vérifiant une condition initiale, du système différentiel linéaire : $X'(t)=AX(t)$ dans le cas où la matrice carrée A est diagonalisable.

Domaine principal III : Nombres complexes

Domaine subdivisionnel 1 : Nombres complexes.

III-1-1-Maîtrise du calcul sur les nombres complexes (forme algébrique, trigonométrique et exponentielle) ;

III-1-2-Linéarisation des polynômes trigonométriques en utilisant les formules de Moivre et d'Euler ;

III-1-3- Racine $n^{\text{ième}}$ d'un nombre complexe non nul ;

III-1-4- Résolution des équations du second degré à coefficients complexes.